

## Az abszolútérték-függvény

Mit értünk egy szám abszolút értékén?

$$|a| := \begin{cases} a & \text{ha } a \geq 0 \\ -a & \text{ha } a < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = |x| \quad |x| := \begin{cases} x & \text{ha } x \geq 0 \\ -x & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$

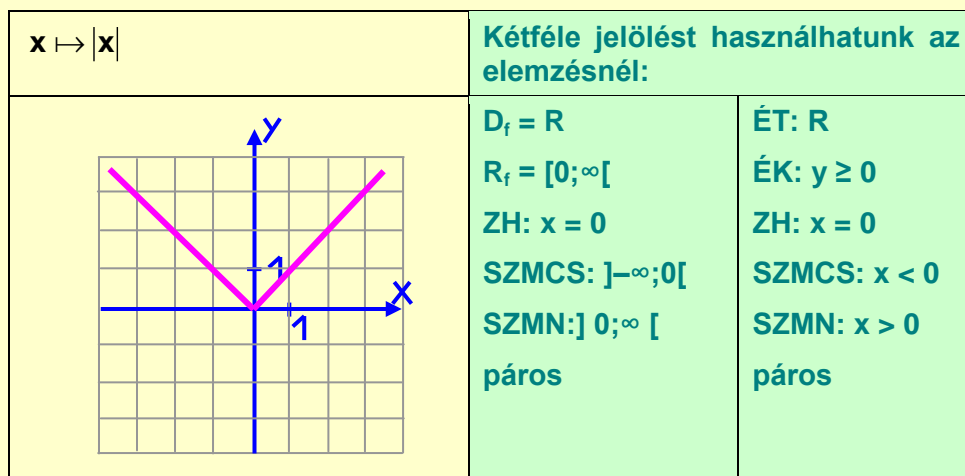
Készítsünk táblázatot!

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y =  x	3	2	1	0	1	2	3

A táblázatban láthatjuk, hogy a  $x = -3$ -nál ugyanazt az értéket veszi fel, mint az  $x = 3$ -nál, és így tovább.

Szakszerűen fogalmazva, ellentett helyen ugyanazt az értéket veszi fel. Az ilyen függvényeket **páros függvényeknek** nevezzük.

Ábrázoljuk a függvényt! Olvassuk le a fontosabb dolgokat a grafikonról!



Mindkét jelölést ismerni kell, de azt használd, amelyik szimpatikusabb.

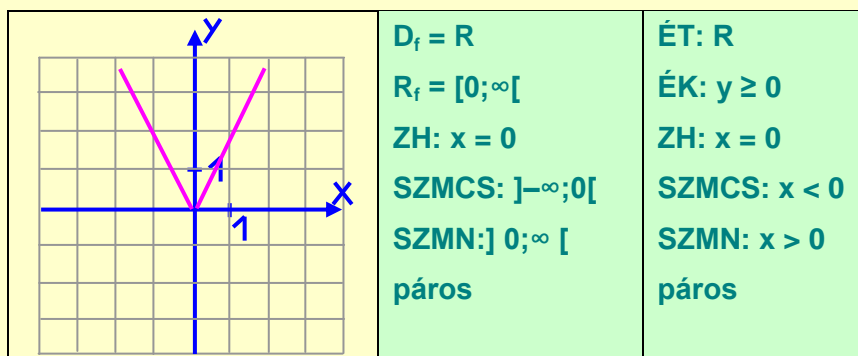
Ez a függvény sehol sem vesz fel negatív értékeket. Van legkisebb értéke az  $y = 0$ . Ha a függvénynek van legnagyobb vagy legkisebb értéke, akkor azt mondjuk, hogy van **szélső értéke**.

Az  $f(x) = |x|$  függvénynek minimuma van. A minimum hely:  $x = 0$ . A minimum érték:  $y = 0$ .

Röviden: SzÉ: min.(0;0)

**Mintafeladatok:**

1. Ábrázoljuk az  $f(x) = 2|x|$  függvényt és olvassuk le a tulajdonságait!

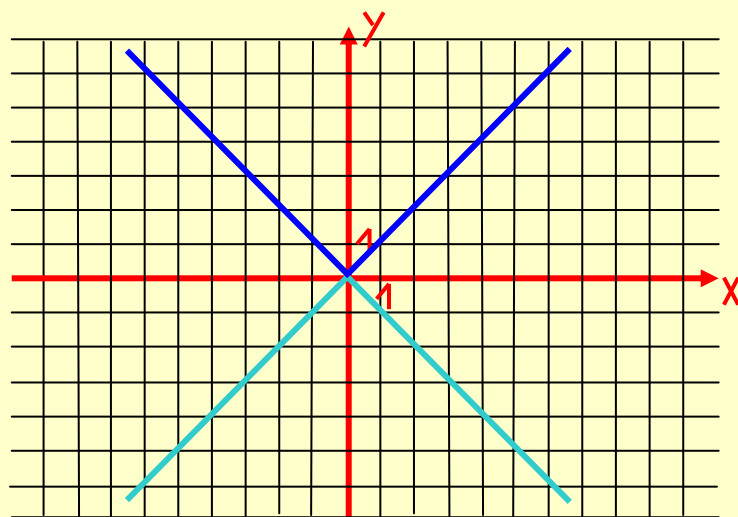


## 2. Ábrázoljuk az $f(x) = -|x|$ függvényt és olvassuk le a tulajdonságait!

Készítsünk táblázatot!

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y =  x	3	2	1	0	1	2	3
y = - x	-3	-2	-1	0	-1	-2	-3

Vedd észre! Ha az  $|x|$  függvényt megszorozzuk  $-1$ -gyel, akkor minden helyen ellentettjére változik a függvény értéke. Egy pont y koordinátája ellentettjére változik, ha a pontot tükrözzük az x tengelyre. így a  $-|x|$  függvény grafikonját megkapjuk, ha az  $|x|$  grafikonját tükrözzük az x tengelyre!



$$y = -|x|$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = ]-\infty; 0]$$

$$\text{ZH: } x = 0$$

$$\text{SZMCS: } ]0; \infty [$$

$$\text{SZMN: } ]-\infty; 0 [$$

$$\text{SZÉ: } \max(0; 0)$$

páros

$$\text{ÉT: } \mathbb{R}$$

$$\text{ÉK: } y \leq 0$$

$$\text{ZH: } x = 0$$

$$\text{SZMCS: } x > 0$$

$$\text{SZMN: } x < 0$$

$$\text{SZÉ: } \max(0; 0)$$

páros

A továbbiakban tudnod kell, hogy milyen az abszolútérték-függvény grafikonja, mikor páros egy függvény, mi a szélső érték.

**Összefoglalás:**

Egy függvény **páros**, ha ellentett helyen ugyanazt az értéket veszi fel. Ha a függvénynek van legnagyobb vagy legkisebb értéke, akkor azt mondjuk, hogy van **szélső érték**.

**Feladatok:**

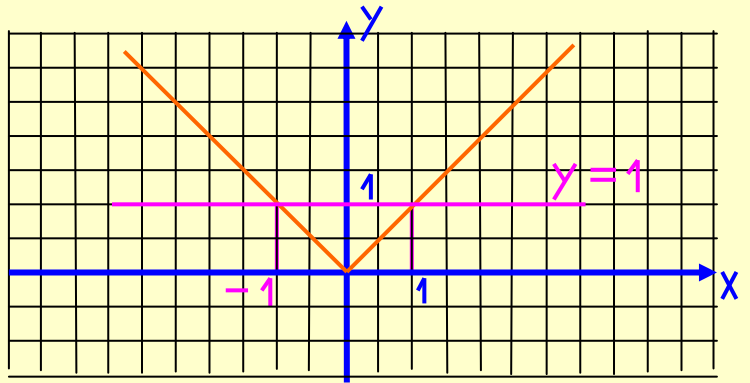
1. Hol 1 az abszolútérték-függvény értéke?
2. Hol nagyobb egynél az abszolútérték-függvény értéke?
3. Hol legalább 1 az abszolútérték-függvény értéke?
4. Hol kisebb egynél az abszolútérték-függvény értéke?
5. Hol legfeljebb 1 az abszolútérték-függvény értéke?
6. Hol lesz az abszolútérték-függvény értéke kettőnél nagyobb és ötnél kisebb?
7. Ábrázold az  $x \mapsto 3|x|$  függvényt, és írd le a tulajdonságait!
8. Ábrázold az  $x \mapsto -2|x|$  függvényt, és írd le a tulajdonságait!

**Megoldások:**

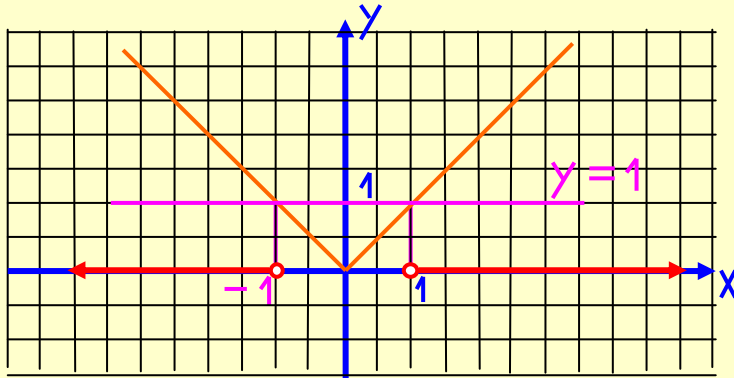
### 1. Hol 1 az abszolútérték-függvény értéke?

Ezt a táblázatból is megnézheted.  $y = 1 \Rightarrow x_1 = -1; x_2 = 1$

Vagy a grafikonról is leolvashatod:



### 2. Hol nagyobb egynél az abszolútérték-függvény értéke?



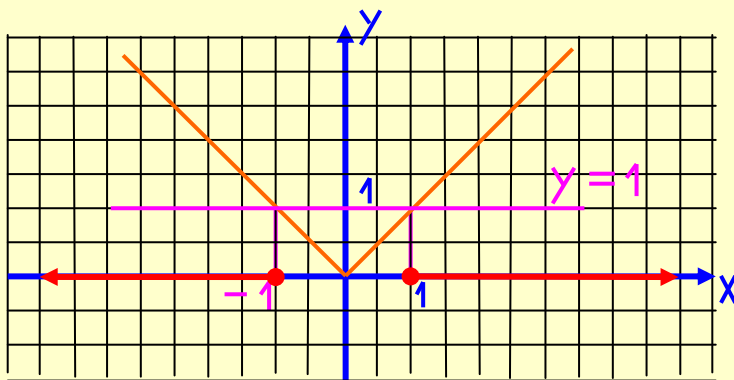
A grafikonról leolvashatod, hogy az abszolútérték-függvény értéke a  $-1$ -nél kisebb vagy az  $1$ -nél nagyobb helyeken lesz  $1$ -nél nagyobb.

Írjuk le a választ különféle jelölésekkel!

$$y > 1 \text{ ha } x < -1 \text{ vagy } x > 1$$

$$f(x) > 1 \text{ ha } x \in ]-\infty; -1[ \cup ]1; \infty [$$

### 3. Hol legalább 1 az abszolútérték-függvény értéke?



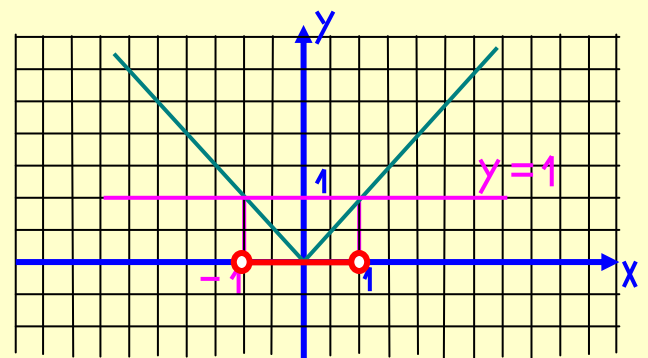
Mit jelent az, hogy legalább 1 a függvény értéke? Azt, hogy az érték 1 vagy annál nagyobb.

$$y > 1 \text{ ha } x < -1 \text{ vagy } x > 1$$

$$f(x) < 1 \text{ ha } x \in ]-\infty; -1] \cup [1; \infty [$$

### 4. Hol kisebb egynél az abszolútérték-függvény értéke?

$$y < 1 \text{ ha } -1 < x < 1$$
$$f(x) < 1 \text{ ha } x \in ]-1; 1[$$

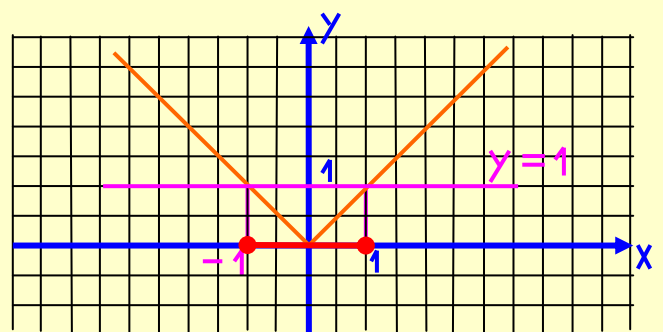


### 5. Hol legfeljebb 1 az abszolútérték-függvény értéke?

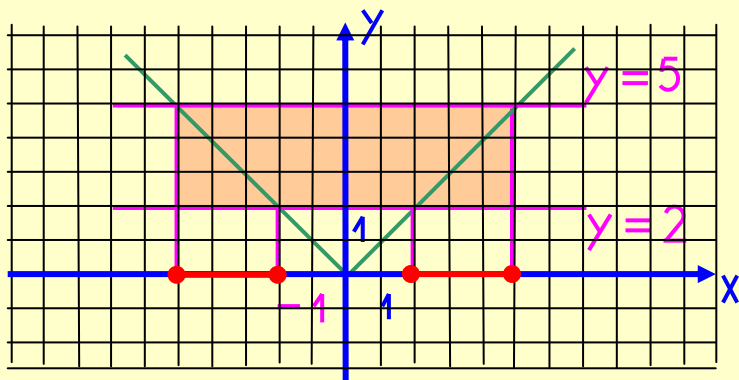
Legfeljebb 1 a függvény értéke, ha az érték 1 vagy annál kisebb. ( $y \leq 1$  vagyis  $f(x) \leq 1$ )

$$y \leq 1 \text{ ha } -1 \leq x \leq 1$$

$$f(x) \leq 1 \text{ ha } x \in [-1; 1]$$



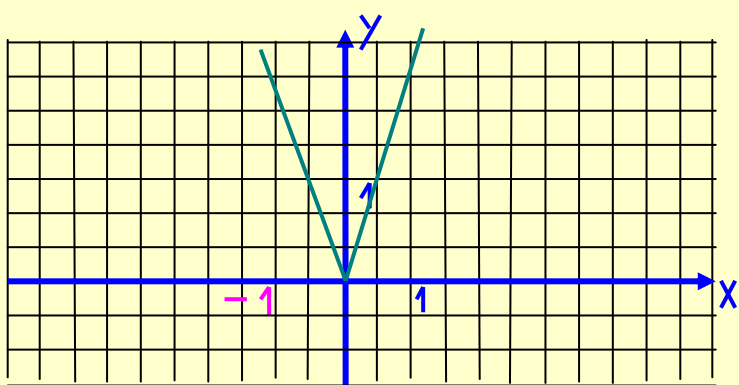
6. Hol lesz az abszolútérték-függvény értéke kettőnél nagyobb és ötnél kisebb?



$$2 < y < 5 \quad \text{ha} \quad -5 < x < -2$$

$$2 < f(x) < 5 \quad \text{ha} \quad x \in ]-5; -2[ \cup ]2; 5[$$

7. Ábrázold az  $x \mapsto 3|x|$  függvényt, és írd le a tulajdonságait!



$$y = 3|x|$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = [0; \infty[$$

$$ZH: x = 0$$

$$SZMCS: ]-\infty; 0[$$

$$SZMN: ]0; \infty [$$

$$SZÉ: \min(0; 0)$$

páros

$$\acute{E}K: \mathbb{R}$$

$$\acute{E}K: y \geq 0$$

$$ZH: x = 0$$

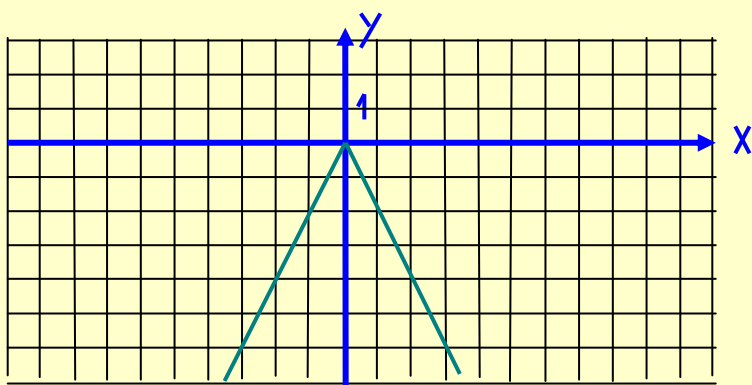
$$SZMCS: x < 0$$

$$SZMN: x > 0$$

$$SZÉ: \min(0; 0)$$

páros

8. Ábrázold az  $x \mapsto -2|x|$  függvényt, és írd le a tulajdonságait!



$$y = -|x|$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = ]-\infty; 0]$$

$$ZH: x = 0$$

$$SZMCS: ]0; \infty [$$

$$SZMN: ]-\infty; 0 [$$

$$SZÉ: \max(0; 0)$$

páros

$$\acute{E}T: \mathbb{R}$$

$$\acute{E}K: y \leq 0$$

$$ZH: x = 0$$

$$SZMCS: x > 0$$

$$SZMN: x < 0$$

$$SZÉ: \max(0; 0)$$

páros